**长沙市明德中学2022年高二年级下学期期中考试**

**数学试卷**

**2022年5月**

**时量：120分钟 满分：150分**

**第I卷（选择题 共60分）**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知集合，，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据集合的并集计算即可.

【详解】，

，

故选：B

2. 若单位向量，的夹角为，则•=（ ）

A. 2 B.  C.  D. 1

【答案】B

【解析】

【分析】由向量的数量积的定义，代入可得选项.

【详解】因为单位向量，的夹角为，所以 ．

故选：B．

【点睛】本题考查向量的数量积的定义，属于基础题.

3. 某校高一､高二､高三的住校生人数分别为120，180，150，为了解他们对学校宿舍的满意程度，按人数比例用分层抽样的方法抽取90人进行问卷调查，则高一､高二､高三被抽到的住校生人数分别为（ ）

A. 12，18，15 B. 20，40，30 C. 25，35，30 D. 24，36，30

【答案】D

【解析】

【分析】由题意求出抽样比，根据抽样比求高一､高二､高三被抽到的住校生人数即可.

【详解】三个年级的住校生一共有人，

∴抽样比为，故三个年级抽取的人数分别为，，.

故选：D.

4. 设，则等于（ ）

A. 1 B. 0 C. 2 D. -1

【答案】C

【解析】

【分析】根据函数解析式，先求，再根据其值大小球即可.

【详解】 故，.

故选：*C*.

【点睛】本题考查分段函数函数值的求解，属简单题.

5. 已知复数满足，则的虚部为（ ）

A. 2 B. －2 C. 1 D. －1

【答案】B

【解析】

【分析】根据复数除法的运算性质，结合复数虚部的定义进行求解即可.

【详解】由，所以的虚部为，

故选：B

6. 椭圆的左、右焦点为、 ，一直线过交椭圆于、，则的周长为（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】利用椭圆的定义可求得的周长.

【详解】在椭圆中，，则的周长为.

故选：B.

7. 在正方形中，为两条对角线的交点，为边上的动点.若，则的最小值为（ ）

A. 2 B. 5 C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】以点为原点，以，所在直线为，轴建立平面直角坐标系，设正方形的边长为1，求出已知点的坐标，然后设出点的坐标，代入已知关系式，即可求出，的关系式，然后根据基本不等式即可求解．

【详解】如图所示，以点为原点，以，所在直线为，轴建立平面直角坐标系，

设正方形的边长为1，则，，，，

则根据中点坐标公式可得，设点的坐标为，

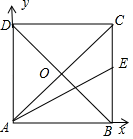
则由，可得，，，

所以，则，

当且仅当，即时取等号，

此时的最小值为，

故选：C



【点睛】关键点睛：解答本题有两个关键点，其一，是联想到利用坐标法分析求解，坐标法和基底法是解决向量问题常用的策略，要灵活选择；其二，是利用常量代换结合基本不等式求函数的最值.

8. 数列为正项等比数列，且；等差数列的首项，且，；记，数列的前项和为，，恒成立，则的最小值为（ ）

A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

【答案】C

【解析】

【分析】运用等差数列和等比数列的通项公式，解方程可得公差和公比，从而可得，再由数列的错位相减法求和，可得，求得的最大值和最小值，结合不等式成立思想可得所求的最小值

【详解】设正项等比数列的公比为，等差数列的公差为，

则由题意可得，

得，化为，

解得或（舍去），则，

所以，

所以，

所以，



两式相减可得



，

得，

由，可得，

因为数列的前项和为恒成立，

所以可得，

所以的最小值为8，的最大值为2，的最小值为6

故选：C

**二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分，全选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 已知直线，*b*和平面，若，，则直线*b*与平面的位置关系可能是（ ）

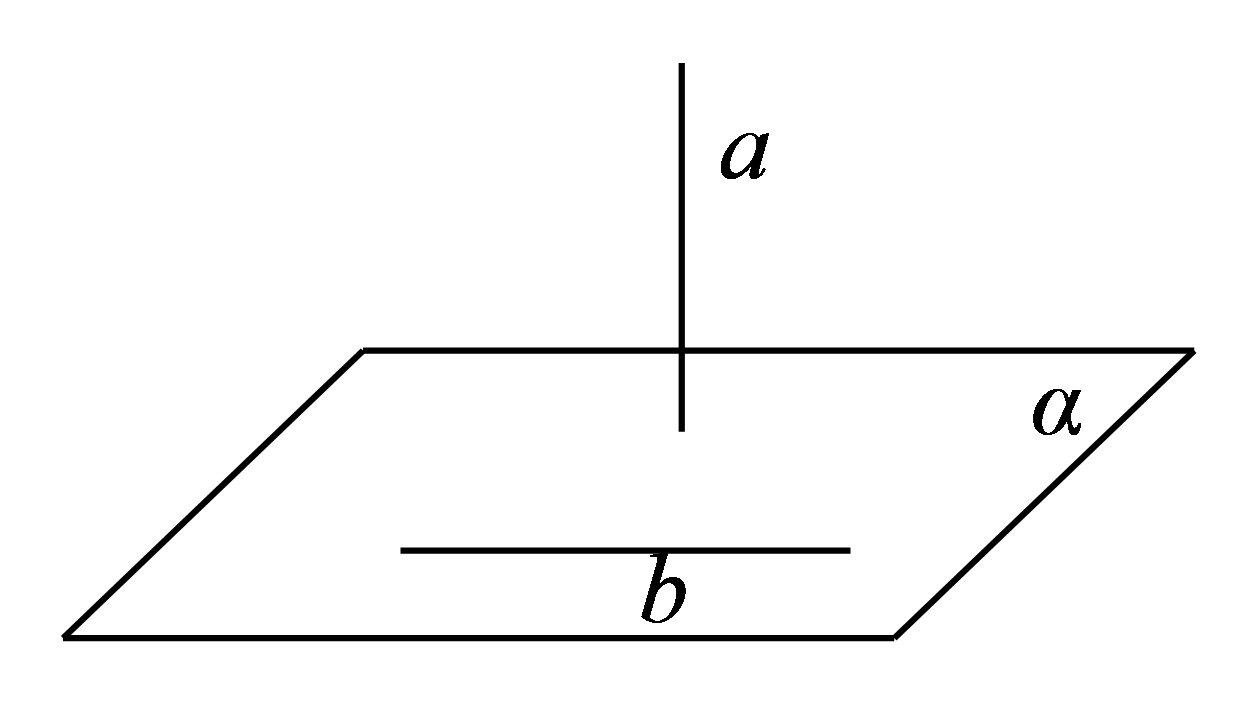
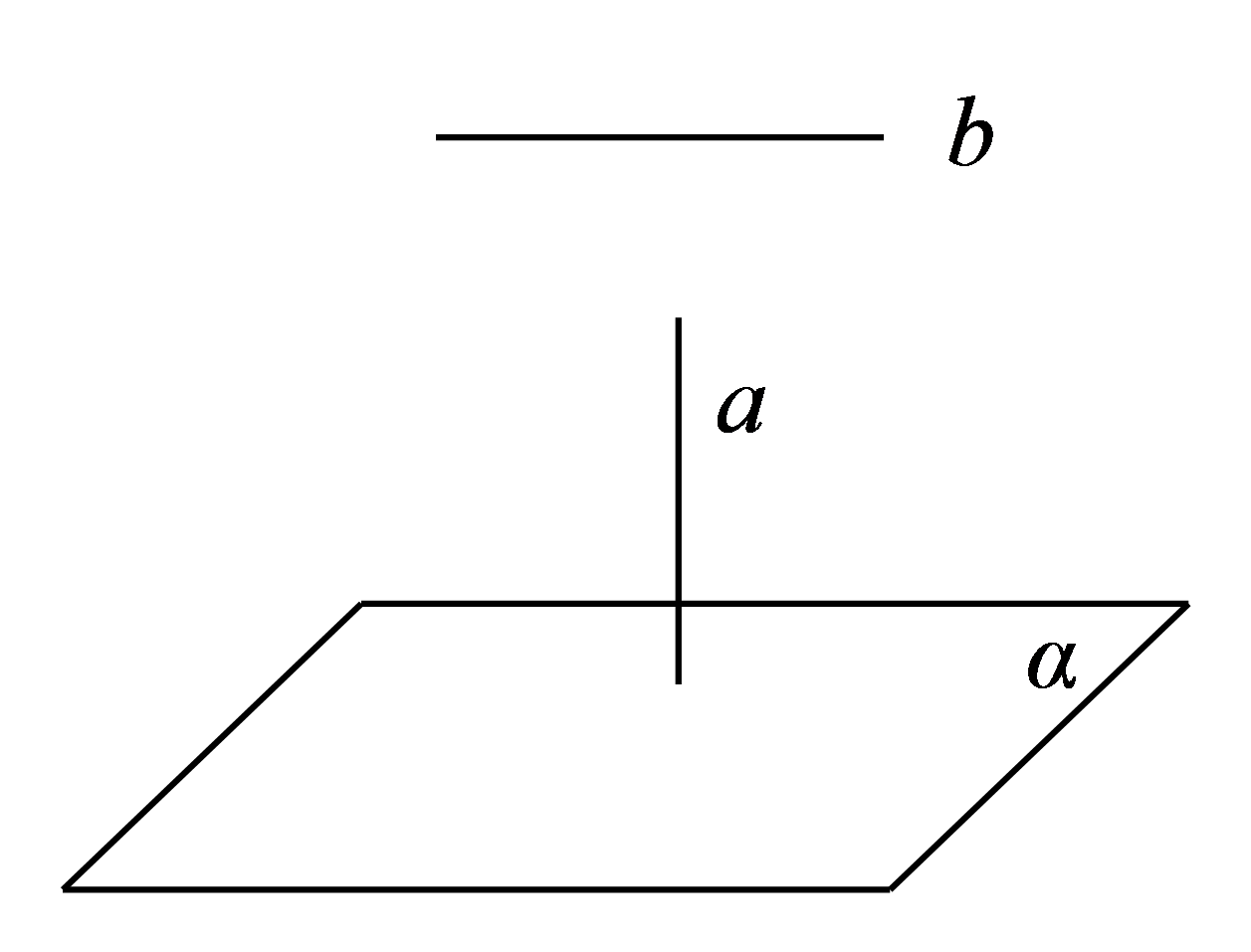
A.  B. *b*与相交 C.  D. 

【答案】AC

【解析】

【分析】画出图形，发现直线*b*与平面的位置关系有两种

【详解】如图，直线*b*与平面的位置关系有两种，即或

或

故选：AC

10. 下列函数中，在定义域上既是增函数，又是奇函数的是（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】BD

【解析】

【分析】根据各项函数的定义域，结合函数的奇偶性和单调性分别对选项进行判断即可．

【详解】函数的定义域为，而函数在其定义域内不具有单调性，故A不符合题意；

函数的定义域为，由幂函数的性质，可知函数在上单调递增，且为奇函数，故B符合题意；

由正切函数的性质可知，函数的定义域为，且函数在其定义域内不具有单调性，故C不符合题意；

由二次函数的性质可知，函数在上单调递增，函数在上单调递增，又当时，，所以函数在其定义域上是增函数；令设任意的，则，所以，所以函数为奇函数，故D符合题意.

故选：BD.

11. 直线与曲线恰有一个交点，则实数*b*可取下列哪些值（ ）

A.  B.  C. 1 D. 

【答案】AC

【解析】

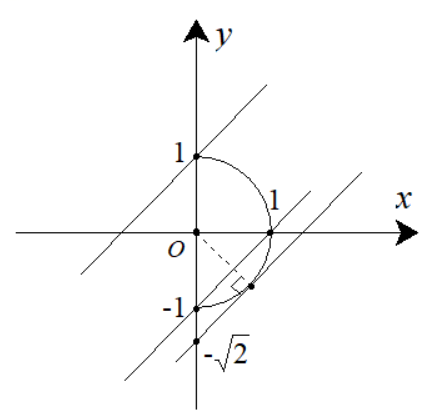
【分析】先画直线与曲线图象，再结合题意判断实数*b*的取值范围即可解题.

【详解】解：曲线，整理得，，

画出直线与曲线的图象，如图，

直线与曲线恰有一个交点，

则



故选：AC.

【点睛】本题考查根据直线与半圆的交点个数求参数，是基础题.

12. 设分别是双曲线的左右焦点，过作轴的垂线与*C*交于两点，若为正三角形，则（ ）

A.  B. *C*的焦距为

C. *C*的离心率为 D. 的面积为

【答案】BC

【解析】

【分析】由题可得，根据双曲线定义可求出，即可得出，再依次判断即可.

【详解】由题可得，

由双曲线定义可得，解得，

则，解得，故A错B对；

，C对；，D错.

故选：BC.

**第II卷（非选择题 共90分）**

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 若点在角的终边上，则\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】利用任意角三角函数定义求解即可.

【详解】因为点在角终边上，所以.

故答案为：.

14. 在正方体中，直线与所成角的大小为\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】####

【解析】

【分析】画出图形，建立空间直角坐标系，用空间向量求解与所成角.

【详解】以*D*为坐标原点，分别以*DA*，*DC*，为*x*轴，*y*轴，*z*轴建立空间直角坐标系，设正方体棱长为*a*，

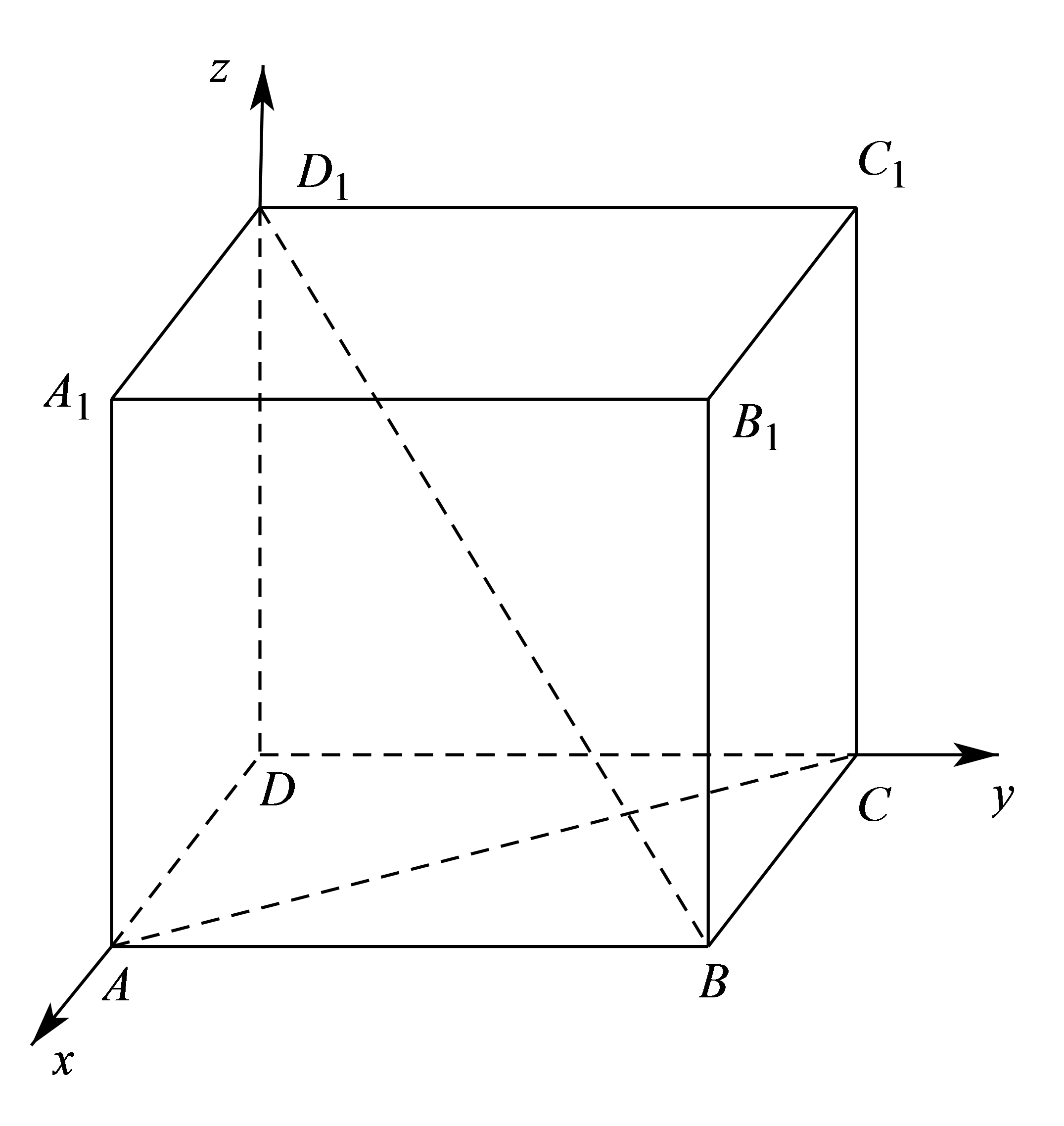
则，

则，

，

所以，

故直线与所成角为90°.



故答案为：

15. 已知数列的前项的和为，并且满足，则的值为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】

由，，，能求出．

【详解】数列的前项的和为，且满足，

，

，

．

故答案为：．

16. 在有且仅有三个零点，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】令有，令知：时，有两个值对应；时，有一个值对应；问题转化为的零点必有一个在，另一个在，进而讨论零点分布求的范围.

【详解】令，则上有，令，则，

∴：

∵时，有两个值对应；时，有一个值对应；

∴要使由三个零点，则的零点分布如下：

1、，：将代入有，此时，不合要求；

2、由对称轴，若则、，不合要求；

3、，：有，即.

综上，.

故答案为：.

【点睛】关键点点睛：利用零点有，换元法令，将问题转化为在上零点分布情况分析.

**四、解答题：本题共70分，解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 在等比数列中，已知，．求：

（1）数列的通项公式；

（2）数列的前4项和．

【答案】（1），

（2）

【解析】

【分析】（1）求出等比数列的公比，再根据等比数列的通项公式即可得解；

（2）利用等比数列前项和公式即可得出答案.

【小问1详解】

解：由题意，设等比数列公比为，

则，解得，

故，；

【小问2详解】

解：由（1）知，，

故数列是以为首项，4为公比的等比数列，

．

18. 已知、、分别为内角、、的边，.

（1）求；

（2）若，的面积为，求的周长.

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）由正弦定理得，结合余弦定理即可求解；

（2）利用面积公式得，再根据余弦定理可得，从而求出周长．

【小问1详解】

因为

由正弦定理得， 则

由余弦定理得，又，

故；

【小问2详解】

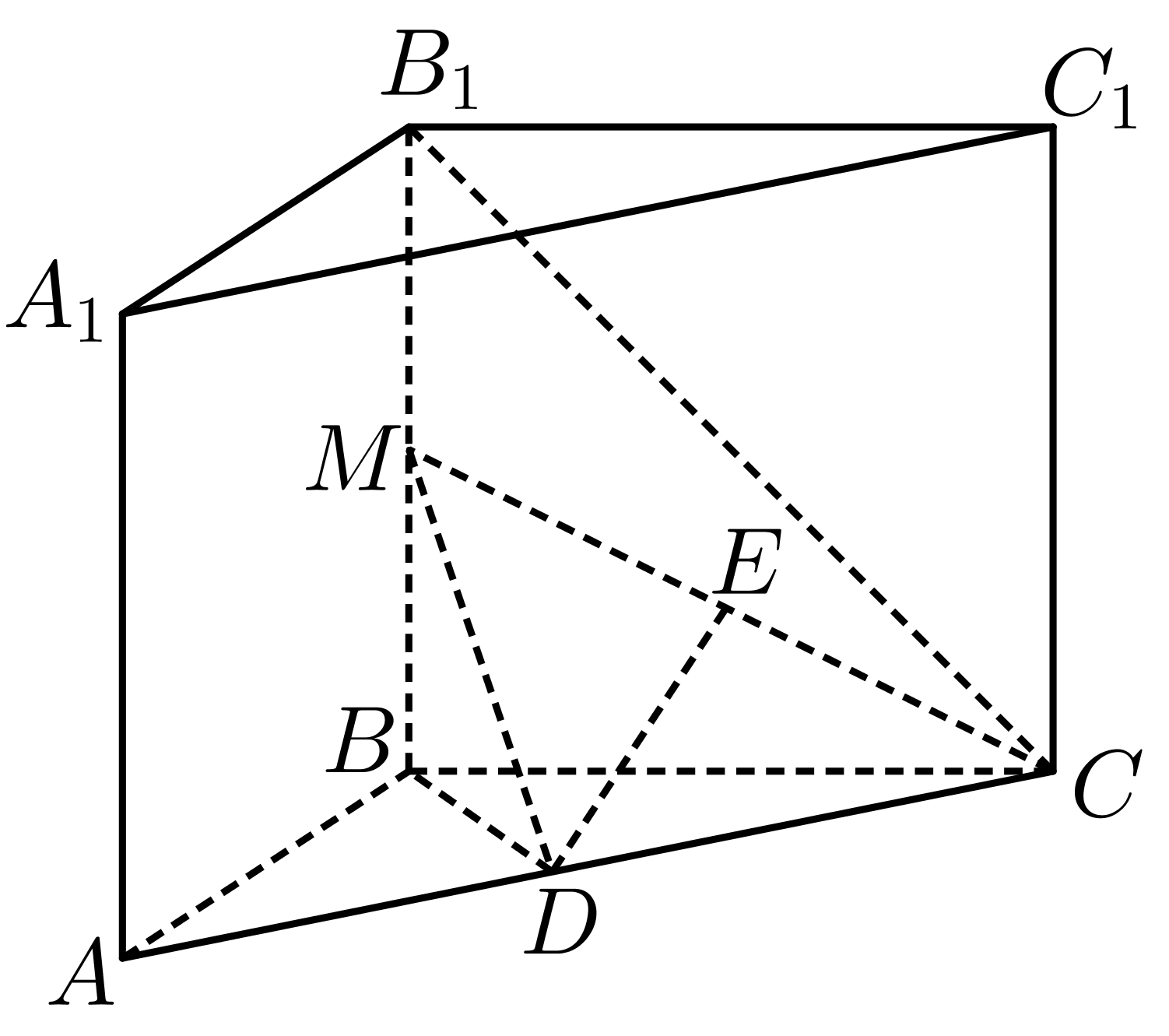
由的面积为，所以

由余弦定理，因为，所以

所以

故的周长为

19. 直三棱柱中，为正方形，，，*M*为棱上任意一点，点*D*、*E*分别为*AC*、*CM*的中点．



（1）求证：平面；

（2）当点*M*为中点时，求三棱锥的体积．

【答案】（1）证明见解析

（2）

【解析】

【分析】（1）取*BC*中点为，连接，，由面面平行的判断定理证明平面平面，从而即可证明平面；

（2）证明平面，即平面，从而有，根据三棱锥的体积公式即可求解.

【小问1详解】

证明：取*BC*中点为，连接，，

因为点、分别为，的中点，所以，，

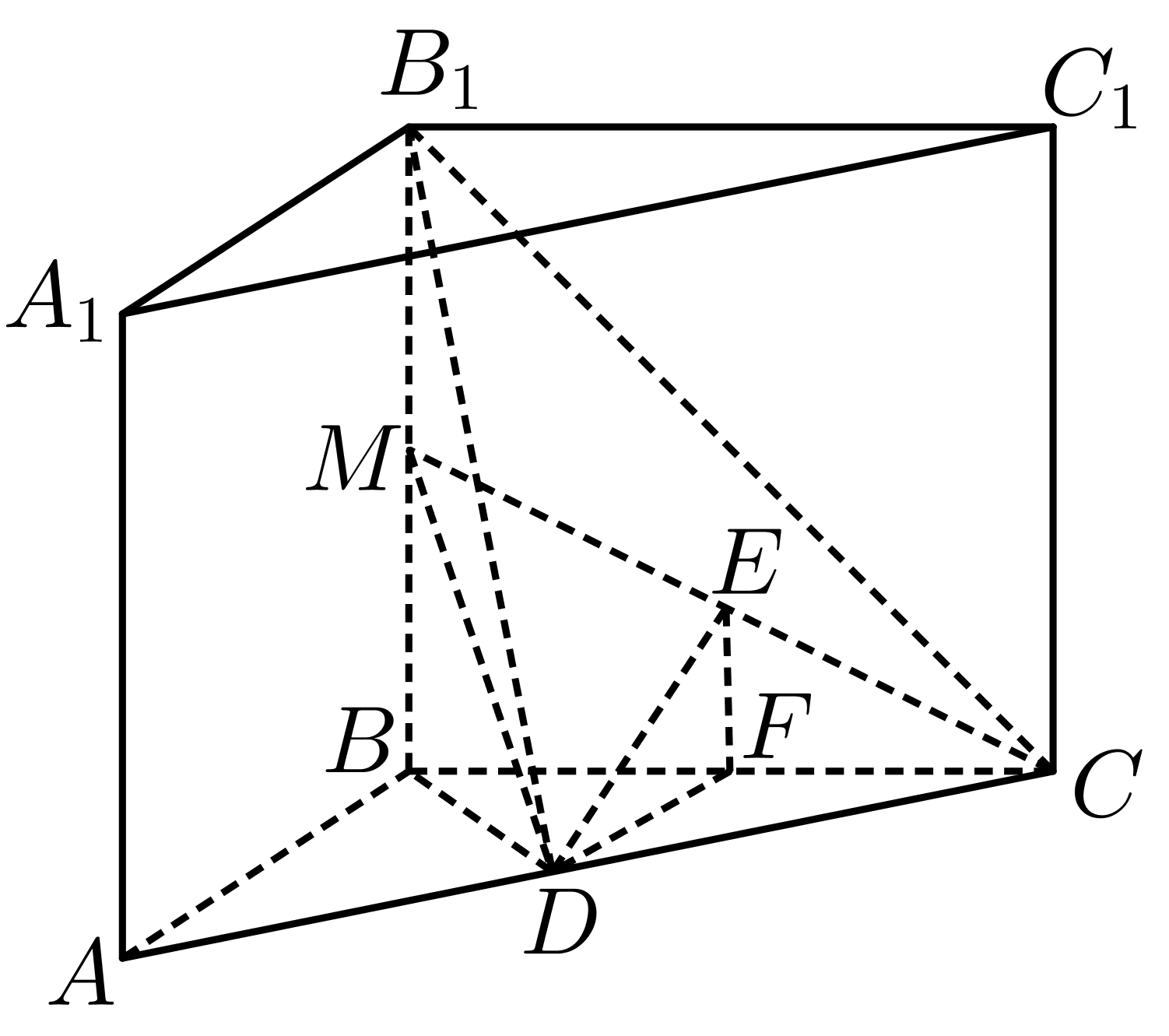
因为平面，平面，所以平面，

同理可得平面，又，平面，

所以平面平面，

因为平面，

所以平面；

【小问2详解】

因为三棱柱为直三棱柱，所以平面，

所以，

又为正方形，，，

所以，且，，，又，

所以平面，即平面，

所以当点为中点时，三棱锥的体积.

20. 已知直线恒过抛物线的焦点*F*．

（1）求抛物线的方程；

（2）若直线与抛物线交于*A*，*B*两点，且，求直线的方程．

【答案】（1）

（2）或

【解析】

【分析】（1）把直线化为，得到抛物线的焦点为，求得，即可求得抛物线的方程；

（2）联立方程组，得到，，结合，列出方程求得的值，即可求得直线的方程．

【小问1详解】

解：将直线化，可得直线恒过点，

即抛物线的焦点为，所以，解得，

所以抛物线的方程为．

【小问2详解】

解：由题意显然,联立方程组，整理得，

设，，则，，

因为，

所以



，解得，所以或，

所以直线的方程为或．

21. 学生考试中答对但得不了满分的原因多为答题不规范，具体表现为：解题结果正确，无明显推理错误，但语言不规范、缺少必要文字说明、卷面字迹不清、得分要点缺失等，记此类解答为“类解答”．为评估此类解答导致的失分情况，某市考试院做了项试验：从某次考试的数学试卷中随机抽取若干属于“类解答”的题目，扫描后由近千名数学老师集体评阅，统计发现，满分12分的题，阅卷老师所评分数及各分数所占比例如下表所示：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 教师评分（满分12分） | 11 | 10 | 9 |
| 各分数所占比例 |  |  |  |

某次数学考试试卷评阅采用“双评＋仲裁”的方式，规则如下：两名老师独立评分，称为一评和二评，当两者所评分数之差的绝对值小于等于1分时，取两者平均分为该题得分；当两者所评分数之差的绝对值大于1分时，再由第三位老师评分，称之为仲裁，取仲裁分数和一、二评中与之接近的分数的平均分为该题得分；当一、二评分数和仲裁分数差值的绝对值相同时，取仲裁分数和前两评中较高的分数的平均分为该题得分．（假设本次考试阅卷老师对满分为12分的题目中的“类解答”所评分数及比例均如上表所示，比例视为概率，且一、二评与仲裁三位老师评分互不影响；考生最终所得到的实际分数按照上述规则所得分数计入，不做四舍五入处理）．

（1）本次数学考试中甲同学某题（满分12分）的解答属于“类解答”，求甲同学此题最终所得到的实际分数的分布列及数学期望；

（2）本次数学考试有6个解答题，每题满分12分，同学乙6个题的解答均为“类解答”．

①记乙同学6个题得分为的题目个数为，，计算事件“”的概率．

②同学丙的前四题均为满分，第5题为“类解答”，第6题得6分．以乙、丙两位同学解答题总分均值为依据，谈谈你对“类解答”的认识．

【答案】（1）分布列见解析；期望为；（2）①；②答案见解析．

【解析】

【分析】（1）根据题中规则：规则如下：两名老师独立评分，称为一评和二评，当两者所评分数之差的绝对值小于等于1分时，取两者平均分为该题得分；当两者所评分数之差的绝对值大于1分时，再由第三位老师评分，称之为仲裁，取仲裁分数和一、二评中与之接近的分数的平均分为该题得分；当一、二评分数和仲裁分数差值的绝对值相同时，取仲裁分数和前两评中较高的分数的平均分为该题得分．可得随机变量的取值为9，9.5，10，10.5，11，利用表格中的概率值，求出各种情况下的概率，即可得到分布列，以及数学期望；

（2）①事件发生的次数，“”相当于事件恰好发生3次，那么就可以求出其概率；

②分别求出乙，丙同学的均值，比较大小即可.

【详解】（1）根据题意，随机变量的取值为9，9.5，10，10.5，11．

设一评、二评、仲裁所打的分数分别是，，，

，

，

，

，

故的分布列为

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 9 | 9.5 | 10 | 105 | 11 |
|  |  |  |  |  |  |

．

（2）①方法一

事件“”可分为，；，；，；，四种情况，其概率为



．

方法二

记“或”为事件，6次实验中，事件发生的次数，“”相当于事件恰好发生3次，故概率为：．

②由题意可知：乙同学得分的均值为，丙同学得分的均值为：．

显然，丙同学得分均值更高，所以“会而不对”和不会做一样都会丢分，在做题过程中要规范作答，尽量避免“类解答”的出现．

22. 对于正实数有基本不等式：，其中，为的算术平均数，，为的几何平均数．现定义的对数平均数：

（1）设，求证：：

（2）①证明不等式：：

②若不等式对于任意的正实数恒成立，求正实数的最大值．

【答案】（1）证明见解析

（2）①证明见解析；②2

【解析】

【分析】（1）构造函数，利用导数判断出，上单调递减，由（1），即可证明；

（2）①用分析法证明：转化为证明，令，由（1）有，即可证明；②先把题意转化为恒成立.令，求出导函数，对k分类讨论：，不符合题意；当时，在，上单调递减，恒有（1），符合题意．即可求出正实数的最大值．

【小问1详解】

令，则，

，得在，上单调递减，

又（1），故当时，，

因此，当时，；

【小问2详解】

（2）①证明：要证，，，只要证，

只要证，即证，

令，由（1）有，即得，

因此，；

②由，，，恒成立，

得恒成立，即得恒成立，

令，有恒成立，

得恒成立，恒成立，

令，有，

又（1），

当（1），即时，

方程有一根大于1，一根小于1，

可得在，上单调递增，故有（1），不符合；

当时，有，

，从而在，上单调递减，

故当时，恒有（1），符合．

综上所述，正实数的取值范围为，

因此，正实数的最大值为2．

【点睛】导数是研究函数的单调性、极值(最值)最有效的工具，而函数是高中数学中重要的知识点，对导数的应用的考查主要从以下几个角度进行：

(1)考查导数的几何意义，往往与解析几何、微积分相联系．

(2)利用导数求函数的单调区间，判断单调性；已知单调性，求参数．

(3)利用导数求函数的最值(极值)，解决生活中的优化问题．

(4)考查数形结合思想的应用．